

## پیش بینی میزان پیریت باقی مانده در دمپ باطله‌های فرآوری زغال با استفاده از روش آماری رگرسیون چند متغیره

بهشاد جدیری شگری<sup>\*۱</sup>

[b.jodeiri@hut.ac.ir](mailto:b.jodeiri@hut.ac.ir)

فرامرز دولتی ارده‌جانی<sup>۲</sup>

صادق کریم پولی<sup>۳</sup>

تاریخ پذیرش: ۹۳/۹/۲۹

تاریخ دریافت: ۹۳/۱/۱۹

### چکیده

**زمینه و هدف:** یکی از مهم‌ترین مشکلات محیط‌زیستی ناشی از عملیات معدن‌کاری، تولید و انتشار زهاب اسیدی در محیط پیرامون آن‌ها است. زهاب اسیدی اغلب از اکسیداسیون کانی‌های سولفیدی (به‌ویژه پیریت) در باطله‌ها، کنسارها و فرآوری معدنی تولید می‌شود. از این‌رو، پیش‌بینی و اندازه‌گیری میزان پیریت نقش شایان توجهی در شناسایی و کنترل زهاب اسیدی دارد. در این مقاله با استفاده از روش آماری رگرسیون چند متغیره، رابطه‌ای برای پیش‌بینی میزان پیریت باقی‌مانده در یک دمپ باطله فرآوری زغال واقع در اطراف کارخانه زغال‌شویی البرزشرقی پیشنهاد شده است.

**روش بررسی:** پیش‌بینی میزان پیریت باقی‌مانده (متغیر هدف) براساس متغیرهای تأثیرگذاری (مستقلی) مانند میزان اکسیژن نفوذی در ذرات باطله، عمق قرارگیری باطله‌ها در دمپ، میزان بارش جمعی (از زمان ایجاد دمپ باطله تاکنون) و دمای محیطی در دمپ انجام گرفته است. برای تعیین میزان پیریت باقی‌مانده پس از انجام نمونه‌برداری و آماده‌سازی نمونه‌ها، از روش جذب اتمی برای اندازه‌گیری میزان آن در سولفور پیریتی استفاده شد. اندازه‌گیری اکسیژن نفوذی در باطله‌ها نیز به صورت برجا در محل ترانشه‌های حفر شده در دمپ باطله انجام شد.

**یافته‌ها:** نتایج مطالعات آزمایشگاهی نشان داد که میزان پیریت باقی‌مانده با افزایش عمق باطله‌ها روند افزایشی داشته است در حالی که اکسیژن در باطله‌ها تا عمق دو متری از دمپ نفوذ کرده است. پس از اندازه‌گیری و جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز آزمایشگاهی و تاریخی، مطالعات آماری گسترده‌ای بر روی داده‌ها انجام یافته که به واسطه آن، روابط آماری تجربی بین متغیر هدف و هریک از متغیرهای مستقل ارائه و پیشنهاد شدند. سپس با استفاده از این روابط غیرخطی پیشنهادی و به کمک روش رگرسیون چند متغیره بر اساس الگوریتم

۱- استادیار دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی همدان<sup>®</sup> (مسئول مکاتبات).

۲- استاد دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه تهران.

۳- استادیار دانشکده مهندسی، گروه مهندسی معدن، دانشگاه زنجان.

افروی مسون (به روش گام به گام)، بهترین مدل (رابطه) پیشنهادی برای پیش‌بینی میزان پیریت باقی‌مانده در دمپ باطله زغال ارایه شده است.

**بحث و نتیجه‌گیری:** نتایج به دست آمده حاکی از قابلیت اطمینان بسیار مطلوب ۸۷ درصدی مدل پیشنهادی است. ارتباط بالای داده‌های اعتبارسنجی و مدل پیشنهادی با ضریب قوت  $R^2 = 0.90$  نیز دلیل دیگری بر مطلوب بودن مدل پیشنهادی برای پیش‌بینی میزان پیریت باقی‌مانده در دمپ باطله زغالی می‌باشد. مدل پیشنهادی قابلیت استفاده در دمپ‌های مشابه زغالی را دارد و سبب کاهش قابل توجهی در هزینه‌ها و زمان بررسی‌های زهاب اسیدی معدنی در مدیریت محیط‌زیستی باطله‌های معدنی خواهد شد.

**واژه‌های کلیدی:** دمپ باطله زغال، پیریت باقی‌مانده، رگرسون چند متغیره، کارخانه زغال‌شویی البرز شرقی

## **Prediction of remained pyrite fraction within a coal waste pile with using of multivariate regression method**

**Behshad Jodeiri Shokri** <sup>1\*</sup>  
[b.jodeiri@hut.ac.ir](mailto:b.jodeiri@hut.ac.ir)  
**Faramarz Doulati Ardejani** <sup>2</sup>  
**Sadegh Karimpouli** <sup>3</sup>

### **Abstract**

**Background and Objective:** Acid mine drainage (AMD) is one of the most environmental problems which is caused by mining activities. It may be generated from oxidation of sulfide minerals (specifically pyrite) in mining wastes, ore and mineral processing. As a result, prediction and measurement of pyrite can play a key role in investigation of AMD process. In this paper, a relationship based on multivariate regression is suggested for predicting of remained pyrite fraction within a coal waste pile located nearby Alborz- Sharghi coal washing plant.

**Method:** For this purpose, the model uses the most important factors (independent variables) including depth, mole fraction of oxygen, local temperature and cumulative annual precipitation (from the initial deposition of the wastes within the pile) as input parameters and returns the remaining pyrite fraction (dependent variable) in the related depth of the pile as its output.

**Findings:** The results of the laboratory experiments reveal that the fraction of pyrite remaining gradually increased at the lower depth where the oxygen diffuses from the surface to 2 m of the pile. A comprehensive statistical analysis was conducted after obtaining and collecting of the required data which caused all the possible relationships among the target and independent variables to be suggested and presented. Then, the best model (relationship) according to Efroymson's the step wise regression method was presented to predict of the remained pyrite fraction within the pile.

**Discussion and discussions:** The relatively high confidence level of the suggested model (87%) reveals its appropriate reliability. A strong correlation ( $R^2=90\%$ ) between validation data and suggested model also confirms the desirable reliability of the model. The proposed model is recommended to be applied in similar coal waste piles and will economize time and cost in investigation of AMD process on the environmental management issue of mining wastes.

**Keywords:** Coal Waste Pile, Remained Pyrite Fraction, Multivariate Regression, Alborz- Sharghi Coal Washing Plant

---

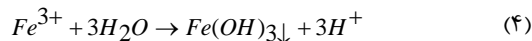
1- Assistant Professor, Department of Mining Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran  
\*(Corresponding Author).

2- Professor, School of Mining, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

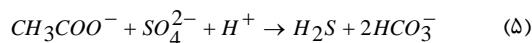
3- Assistant Professor, Department of Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran.

## مقدمه

در ضمن، آهن سه ظرفیتی می‌تواند به شکل هیدروکسید آهن مطابق واکنش (۴) رسوب نماید.

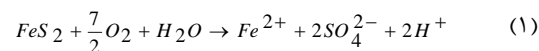


اگر باکتری‌های احیا کننده سولفات تحت شرایط هوازی حضور داشته باشند، سولفات به سولفور (واکنش ۵) احیا می‌شود که نتیجه آن کاهش یون‌های سولفات محلول و خنثی نمودن pH است.

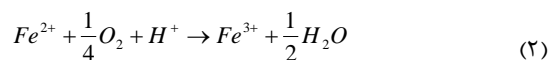


سال‌های متمادی است که از روش‌های مدل‌سازی ریاضی، مطالعات ژئوشیمیایی برای بررسی اکسایش پیریت و محصولات ناشی از آن در دمپ‌ها و سدهای باطله معدنی استفاده شده است (۱۵-۸). در تمامی این بررسی‌ها از مدل مغزه انقباضی استفاده شده است. براساس این مدل، ابتدا پیریت موجود در سطح ذره باطله اکسیده می‌شود. سپس ماده اکسید کننده (اکسیژن و یا آهن سه ظرفیتی) از سطح ذره به داخل آن نفوذ کرده و از طریق ناحیه اکسید شده به سمت مغزه اکسید نشده ذره (پیریت باقی‌مانده) حرکت می‌کند. با انجام این فرآیند، یک حالت منطقه‌بندی در ذره ایجاد می‌شود. در نهایت، مرز مغزه اکسید نشده به سمت داخل ذره حرکت کرده و شعاع مغزه اکسید شده با واکنش اکسایش و انتقال محصولات آن، کاهش ضخامت ناحیه اکسید نشده افزایش خواهد یافت. باید توجه کرد، آنچه که سبب انتقال ماده اکسید کننده به داخل ذره شده، همان عامل نفوذ که در واقع گرادپان غلظت ماده اکسید کننده بین سطح و مغزه اکسید نشده است، می‌باشد (۸). پژوهشگران فاکتورهای مختلفی را در تعیین و اندازه‌گیری میزان پیریت باقی‌مانده در باطله‌های زغال در نظر گرفته‌اند که از جمله آن‌ها می‌توان به مواردی که در ادامه آمده است، اشاره نمود (۱۵-۱۰). نوع کانی سولفیدی، اندازه ذره باطله در برگرفته پیریت، غلظت اکسیژن نفوذی در باطله‌ها، دمای محیطی، شرایط Eh و pH محیطی، محتوای سولفور و حضور یا عدم حضور باکتری‌ها. باید توجه کرد که در نظر

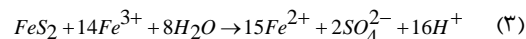
یکی از مهم‌ترین مشکلات محیط‌زیستی ناشی از دمپ‌ها و سدهای باطله کارخانه‌های فرآوری زغال، تولید و گسترش زهاب اسیدی معدنی<sup>۱</sup> است (۱،۲). از ویژگی‌های بارز این زهاب‌ها می‌توان به کاهش میزان pH، افزایش میزان یون‌های فلزی محلول (مانند آهن، آلومینیوم، کادمیوم، مس، سرب، روی و جیوه)، افزایش میزان سولفات‌ها با غلظتی بین ۵۰۰ تا ۱۰۰۰۰ میلی‌گرم بر لیتر و نیز غلظت‌های بالای اکسیژن اشاره کرد (۳-۵). این زهاب‌ها ممکن است در دراز مدت سبب وارد آوردن خسارات جبران ناپذیری به منابع آبی (آب‌های سطحی و زیرزمینی) و یا خاکی شوند، از این‌رو بررسی و مطالعه آن‌ها از اهمیت شایان توجهی برخوردار است. معمولاً تولید زهاب اسیدی با اکسایش پیریت شروع شده و محصولات واکنش آن، تولید آهن، سولفات و اسید ( $H^+$ ) است (۵ و ۶).



آهن دو ظرفیتی تولید شده در واکنش (۱) در مجاورت اکسیژن، اکسیده شده و مطابق واکنش (۲) آهن سه ظرفیتی تولید می‌شود.



در شرایط pH پایین، واکنش (۲) بسیار کند است. اگر شرایط محیطی مناسبی برای رشد و فعالیت باکتری‌های اسیدوفیل (تیوباسیلوس فروکسیدان<sup>۲</sup>) فراهم باشد (یعنی pH واکنش کم‌تر از ۳)، در مجاورت این باکتری‌ها سرعت این واکنش ۱۰<sup>۶</sup> برابر افزایش می‌یابد (۷). آهن سه ظرفیتی تولید شده مطابق واکنش (۳) ممکن است با پیریت واکنش داده، آهن دو ظرفیتی، سولفات و اسید بیش‌تری تولید نماید.



محیطی در حین فرآیند اکسایش پیریت را پیشنهاد کردند (۲۰).

صادقی امیرشهبیدی و همکاران (۲۰۱۲) با استفاده از روش شبکه‌های عصبی، میزان پیریت باقی مانده را در یکی از دمپ‌های باطله کارخانه زغال‌شویی البرز شرقی پیش‌بینی کردند (۱۳). آن‌ها در بررسی‌های خود از ۴ پارامتر میزان بارندگی سالیانه، ضریب نفوذ موثر اکسیژن، میزان پیریت اولیه و عمق قرارگیری باطله‌ها در دمپ استفاده نمودند. باید توجه نمود که آن‌ها در بررسی‌های صورت گرفته، میزان ضریب موثر نفوذ را بدون اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی و تنها با توجه به سوابق و مطالعه‌های قبلی در نظر گرفتند. برای برطرف نمودن این نقصان، جدیری شکری و همکاران (۲۰۱۳)، با استفاده از روش عصبی-فازی میزان پیریت باقی مانده در یکی از دمپ‌های ناشی از کارخانه زغال‌شویی البرز شرقی را پیش‌بینی کردند (۱۵).

جدیری شکری و همکاران (۲۰۱۳)، با استفاده از روش‌های آماری فرآیند اکسایش پیریت را در یکی از دمپ‌های باطله زغال کارخانه زغال‌شویی البرز شرقی بررسی نمودند. برای این منظور ابتدا با استفاده از روش برازش منحنی روابط ساده‌ای را برای تعیین میزان پیریت باقی مانده و اکسیژن نفوذی با توجه به عمق قرارگیری باطله‌ها پیشنهاد نمودند. در نهایت آن‌ها، با استفاده از روش برازش سطح، رابطه آماری را برای تعیین میزان پیریت باقی مانده به صورت تابعی از میزان اکسیژن نفوذی در باطله‌ها و نیز عمق قرارگیری باطله‌ها ارائه کردند. با وجود مطلوب بودن نتایج در این بررسی، نقش عواملی نظیر دمای متوسط محیطی و نیز بارندگی سالیانه که از اهمیت شایان توجهی در تعیین میزان پیریت باقی مانده برخوردار هستند، نادیده گرفته شده بود (۲۱). از این‌رو در این مقاله با استفاده از روش رگرسیون چند متغیره رابطه تجربی جامعی برای پیش‌بینی میزان پیریت باقی مانده به صورت تابعی از میزان بارش جمعی، دمای محیطی، عمق نمونه‌برداری و اکسیژن نفوذی به کمک نتایج آزمایشگاهی و داده‌های پیشین<sup>۱</sup> در یکی

گرفتن تمامی این موارد اشاره شده، سبب پیچیده شدن تعیین اکسایش پیریت می‌شود. از طرفی، اندازه‌گیری تمامی این موارد اشاره شده اغلب غیر ممکن است زیرا سبب بالا رفتن هزینه‌ها و نیز زمان بررسی‌ها خواهد شد. از این‌رو در سال‌های اخیر، پژوهشگرها تلاش نموده‌اند تا با استفاده از روش‌هایی کم هزینه، سریع (مانند روش‌های هوشمند و آماری) و نیز با در نظر گرفتن برخی از پارامترهای موثر، برای بررسی فرآیند اکسایش پیریت (تعیین میزان پیریت باقی مانده) استفاده کنند.

در سال ۱۹۹۱، Boogerd و همکاران یک معیار تجربی برای پیش‌بینی نرخ اکسایش شیمیایی پیریت توسط آهن سه ظرفیتی را که تابعی از پارامترهایی مانند دمای محیطی، میزان پیریت و غلظت آهن سه ظرفیتی است، ارائه نمودند (۱۶). آن‌ها برای دستیابی به این رابطه تجربی، واکنش شیمیایی بین پیریت و آهن سه ظرفیتی را در وضعیت‌های دمایی مختلف (۳۰، ۴۰ و ۷۰ درجه سانتی‌گراد) با میزان pH، ۱/۶ به کمک پایش مقادیر آهن دو ظرفیتی، میزان آهن کل، غلظت سولفات و سولفید به دقت مورد بررسی قرار دادند. Grundwell و Holmes (۲۰۰۰)، روابط تجربی مختلفی بین نرخ‌های سینتیکی انحلال پیریت به وسیله آهن سه ظرفیتی و اکسیژن حل شده (فاز مایع) را با استفاده از مطالعه‌ها الکتروشیمیایی پیشنهاد کردند (۱۷).

در سال ۲۰۰۵، Elberling اثر دما، میزان غلظت اکسیژن و نرخ‌های مختلف مصرف آن را در اکسایش پیریت باطله‌های فرآوری در شرایط دمایی بسیار پایین (شرایط یخ زده) در سایت معدنی نانوسویک واقع در جزیره بافین کانادا را مورد بررسی قرار داده و یک رابطه تجربی را پیشنهاد کرد (۱۸).

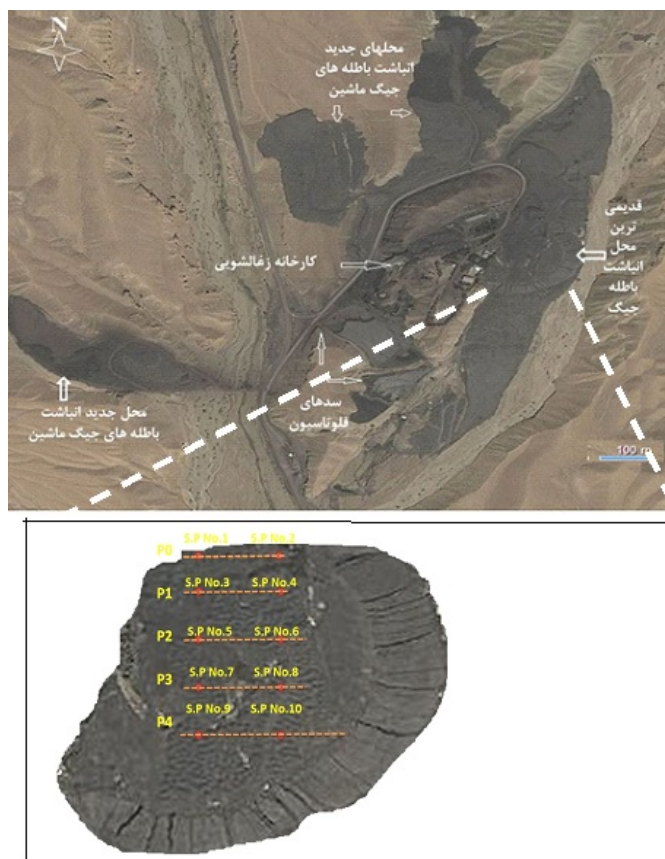
Yueping و همکاران (۲۰۱۲) مطالعات آزمایشگاهی گسترده‌ای در مورد نرخ اکسیژن مصرفی در روی نمونه‌های زغال انجام دادند. در نهایت یک رابطه تجربی برای نرخ مصرف اکسیژن در نمونه‌های زغالی با دانه‌بندی مختلف ارائه کردند (۱۹). در این رابطه پارامترهای مستقلی مانند دما، غلظت اکسیژن و اندازه ذرات استفاده شده بود. Jianfang و همکاران (۲۰۱۲) یک رابطه خطی بین نرخ مصرف اکسیژن و دمای

از دمپ‌های باطله کارخانه زغال‌شویی البرزشرقی، ارایه و نیز مورد اعتبارسنجی قرار گرفته است.

#### موقعیت منطقه مورد بررسی

کارخانه زغال‌شویی البرزشرقی سوخت مورد نیاز کارخانه ذوب‌آهن اصفهان را تأمین می‌کند و دارای قدمتی بیش از ۳۰ سال است. این کارخانه در شمال شرقی دامغان و در حدود ۵۷ شاهرود، در مسیر جاده مهماندوست - دامغان و در حدود ۱۱ کیلومتری منطقه رزمجا قرار دارد. تغلیظ زغال‌های استخراج شده از معدن زغال طزره، قشلاق و در برخی موارد معدن زغال طبس در این کارخانه صورت می‌گیرد. خوراک ورودی کارخانه در حدود ۶۰۰ هزارتن در سال می‌باشد و از آن‌جایی که میزان بازیابی زغال در آن حدود ۵۰٪ است، نیمی از خوراک ورودی که نزدیک به ۳۰۰ هزار تن است شسته شده و بقیه آن به باطله تبدیل می‌شود (۱ و ۲۲). در مدار کارخانه زغال‌شویی از هر دو فرآیند جیگ ماشین و فلوتاسیون استفاده می‌شود. فرآیند فلوتاسیون باطله‌هایی با ابعاد کوچک‌تر از فرآیند جیگ ایجاد می‌کند که در سدهای نزدیک کارخانه انباشت می‌شوند. این سدها اشباع از آب هستند و بنابراین میزان نفوذ اکسیژن در آن‌ها بسیار کم است. در حالی که باطله‌های جیگ خشک بوده و در نزدیکی کارخانه در دمپ‌های باطله انباشت می‌شوند. باطله‌های زغال ایجاد شده توسط کامیون‌ها حمل

شده و بدون هیچ‌گونه مطالعه محیط زیستی در نقاط مختلف نزدیک به کارخانه، انباشت می‌شوند. به نظر می‌رسد طی سالیان متمادی حدود ۳ میلیون تن در اطراف کارخانه انباشت شده است. با توجه به بررسی‌های صحرایی دو سد باطله و ۴ دمپ باطله در مجاورت کارخانه شناسایی شدند (شکل ۱). یکی از این دمپ‌های جیگ ماشین، قدمت بیش‌تری دارد (در حدود ۱۵ سال)، غیرفعال بوده و مساحتی در حدود ۱۰۰ × ۱۵۰ مترمربع را در بر گرفته است. بررسی‌های صحرایی و نیز مطالعه-های قبلی انجام یافته در این دمپ، حاکی از این امر است که قابلیت تولید زهاب اسیدی معدنی را دارد (۲۲). از این‌رو با در نظر گرفتن تمامی این موارد بیان شده، این دمپ که قدیمی‌ترین دمپ باطله جیگ است، برای انجام مطالعه‌های بیش‌تر انتخاب شد. با توجه به این‌که در حدود ۱۰ کیلومتری از پایین دست منطقه، شهرک مهماندوست که منطقه‌ای مسکونی است، قرار دارد و نیز فعالیت‌های کشاورزی در این ناحیه انجام می‌شود. از این‌رو، ضرورت انجام مدیریت محیط-زیستی باطله‌ها به‌ویژه تعیین میزان پیریت باقی‌مانده از اهمیت قابل توجهی برخوردار باشد. باید توجه کرد که منطقه مورد مطالعه آب و هوایی کوهستانی دارد و حداکثر میزان ارتفاع در آن نیز ۲۶۰۰ متر است.



شکل ۱- موقعیت مکانی و شماتیک از ناحیه مورد نظر و دمپ باطله جیگ قدیمی

Fig 1- A schematic view of the studied area, the waste pile and the locations of sampling trenches

### روش بررسی

#### تعیین میزان پیریت باقی مانده و اکسیژن نفوذی در باطله‌ها

آن جایی که برای تعیین میزان پیریت باقی مانده در این مطالعه از روش جذب اتمی استفاده شده است، نمونه‌ها به مدت ۱۵ دقیقه با استفاده از سرندهای ۳۰، ۶۰، ۱۰۰، ۱۴۰ و ۲۰۰ مش مورد تجزیه سرندهای قرار گرفتند. سپس نمونه‌هایی معرف هریک به میزان ۱ گرم از نمونه عبوری سرندهای ۲۰۰ مش (زیر ۷۵ میکرون) برای تعیین پیریت باقی مانده انتخاب شدند. از آنجا که سولفور در باطله‌ها ممکن است انواع مختلفی (آلی، غیر آلی و پیریتی) داشته باشد، از این رو ابتدا با استفاده از اسید کلریدریک رقیق، پیریت از سایر سولفات‌ها جدا شده و در ادامه با استفاده از اسید نیتریک رقیق، پیریت از سایر ترکیبات موجود در باطله‌ها جدا شد. در نهایت با استفاده از دستگاه جذب اتمی AA-670 Shimadzu میزان آهن در فاز پیریتی

برای بررسی فرآیند اکسایش پیریت (تعیین میزان پیریت باقی مانده و اکسیژن نفوذی در باطله‌ها)، در دمپ باطله، تعداد ۱۰ ترانشه با عمق ۲ متر روی ۵ پروفیل نمونه برداری موازی با فاصله جدایش ۲۵ متری در سطح دمپ حفر شد (شکل ۱). در مجموع تعداد ۲۱۰ نمونه، با فاصله جدایش ۰/۱ متر (۲۱ نمونه در هر ترانشه) هر یک به وزن ۱ کیلوگرم از سطح تا عمق ۲ متری دمپ برداشت شدند. هریک از نمونه‌ها جداگانه در داخل کیسه‌های در بسته قرار گرفته و به آزمایشگاه کانه‌آرایی دانشگاه شاهرود برای آماده‌سازی منتقل شد. سپس نمونه‌ها به مدت ۲ روز در دسیکاتور با دمای ۱۰۵ درجه سانتی‌گراد قرار گرفتند. پس از اخذ نمونه‌های معرف و از

## یافته‌ها

مقدارهای مربوط به میزان پیریت باقی‌مانده در باطله‌های دمپ قدیمی جیگ ماشین در جدول ۱ آرایه شده‌اند. همان‌گونه که از این جدول دیده می‌شود، میزان پیریت باقی‌مانده با افزایش میزان عمق، افزایش می‌یابد.

نتایج مربوط به میزان غلظت اکسیژن در فضاهای خالی باطله تا عمق ۲ متری در محل نقاط مختلف نمونه‌برداری در جدول ۲ آورده شده است. بیش‌ترین میزان اکسیژن در تمامی موارد در سطح دمپ است که برابر با میزان آن در اتمسفر است (۲۱٪). تقریباً در عمق‌های زیر ۱/۷ متری، کم‌ترین میزان غلظت اکسیژن (صفر)، اتفاق افتاده است. در حالت کلی با توجه به نتایج به نظر می‌رسد، با افزایش عمق در دمپ باطله میزان اکسیژن کاهش یافته است.

اندازه‌گیری شده و با استفاده از ضرایب استیکومتری، میزان پیریت در نمونه‌های باطله اندازه‌گیری شد.

برای بررسی روند غلظت اکسیژن در باطله‌ها، اندازه‌گیری‌ها به صورت برج با استفاده از دستگاه ODM مدل (XP 204) ساخت شرکت (RK1) کشور هلند در هر ترانشه در عمق‌های مختلف انجام یافت. این دستگاه قادر است تا اکسیژن موجود در خلل و فرج ذرات باطله را در فاز گازی اندازه‌گیری کند. قبل از ثبت داده‌ها برای جلوگیری از ورود اکسیژن به درون نقطه اندازه‌گیری و ایجاد خطا، سطح ورود نازل بلافاصله توسط پوششی از خاک پوشانده می‌شد. اندازه‌گیری‌ها به صورت هم‌زمان با نمونه‌برداری باطله‌ها در دمپ و مطابق با عمق اخذ آن‌ها انجام یافت. بنابراین، با استفاده از این اندازه‌گیری‌ها ۲۱۰ داده از غلظت اکسیژن نفوذی در ذرات باطله‌ها در دمپ ثبت شد.

جدول ۱- درصد پیریت باقی‌مانده در باطله‌های دمپ

Table 1- Pyrite remaining fraction within the wastes of the pile

پیریت باقی‌مانده (%)										عمق (m)	نمونه
P10	P9	P8	P7	P6	P5	P4	P3	P2	P1		
۰/۸۳	۰/۵۷	۰/۲۵	۰/۴۱	۰/۸۵	۰/۷۰	۰/۷۹	۰/۶۰	۰/۳۳	۰/۵۲	۰	S0
۰/۹۵	۰/۵۴	۰/۴۳	۰/۴۷	۰/۹۰	۰/۷۷	۰/۷۴	۰/۶۶	۰/۵۴	۰/۵۸	۰/۱	S1
۱/۰۰	۰/۴۷	۰/۶۲	۰/۵۲	۰/۹۵	۰/۸۴	۰/۶۹	۰/۷۴	۰/۷۵	۰/۶۳	۰/۲	S2
۱/۰۶	۰/۵۶	۰/۷۶	۰/۶۵	۱/۰۱	۰/۹۱	۰/۷۰	۰/۷۹	۰/۹۱	۰/۷۰	۰/۳	S3
۱/۱۱	۰/۶۹	۰/۸۷	۰/۸۶	۱/۰۸	۰/۹۶	۰/۷۹	۰/۸۸	۱/۰۲	۰/۷۹	۰/۴	S4
۱/۲۰	۰/۸۳	۰/۹۸	۱/۰۷	۱/۱۵	۱/۰۲	۰/۸۸	۰/۹۵	۱/۱۲	۰/۸۶	۰/۵	S5
۱/۲۲	۰/۸۸	۱/۱۱	۱/۱۴	۱/۱۳	۱/۰۷	۰/۹۴	۱/۰۷	۱/۱۸	۰/۹۷	۰/۶	S6
۱/۲۷	۱/۰۲	۱/۲۴	۱/۳۹	۱/۱۱	۱/۱۳	۱/۰۰	۱/۱۷	۱/۲۶	۱/۰۶	۰/۷	S7
۱/۳۲	۱/۰۹	۱/۳۳	۱/۳۸	۱/۱۶	۱/۱۸	۱/۰۷	۱/۲۸	۱/۳۰	۱/۱۷	۰/۸	S8
۱/۳۸	۱/۱۵	۱/۳۹	۱/۳۴	۱/۲۶	۱/۲۵	۱/۱۷	۱/۳۶	۱/۳۴	۱/۲۵	۰/۹	S9
۱/۵۰	۱/۲۰	۱/۴۸	۱/۳۰	۱/۳۵	۱/۳۱	۱/۲۵	۱/۴۲	۱/۳۶	۱/۳۳	۱/۰	S10
۱/۴۸	۱/۱۸	۱/۵۱	۱/۳۹	۱/۴۷	۱/۳۸	۱/۳۱	۱/۴۷	۱/۳۸	۱/۳۸	۱/۱	S11
۱/۵۴	۱/۱۲	۱/۵۵	۱/۴۸	۱/۵۹	۱/۴۵	۱/۳۷	۱/۵۴	۱/۳۸	۱/۴۴	۱/۲	S12







## ارایه داده‌ها

از آنجایی که تعداد محدودی از پارامترهای تأثیرگذار بر روی پیریت باقی مانده (متغیر پاسخ)، در دسترس هستند، پارامترهای میزان تجمعی بارش جوی در منطقه از زمان ایجاد دمپ باطله، دمای متوسط محیطی، عمق بررسی و میزان اکسیژن نفوذی در باطله‌ها به عنوان پارامترهای اصلی در نظر گرفته شدند. ۲۴۰ مجموعه داده شامل ۵ پارامترهایی است قبلاً به آن‌ها اشاره شده است، در این بخش استفاده شده‌اند که ۲۱۰ مجموعه آن از مطالعه حاضر و ۳۰ مجموعه داده دیگر از مطالعات قبلی (۲۵-۲۳) گرفته شده‌اند. برای درک بهتر به هر یک از این پارامترها، نمادهای زیر اختصاص داده شد:

۱- میزان تجمعی بارش (Pr)؛

۲- دمای متوسط محیطی (T)؛

۳- عمق باطله‌ها (D)؛

۴- درصد اکسیژن نفوذی در باطله‌ها (O)؛

۵- درصد پیریت باقی مانده (Py)؛

در مرحله بعد، داده‌ها به دو بخش داده‌های ساخت مدل و داده‌های اعتبارسنجی تقسیم شدند که هر یک از آن‌ها به ترتیب شامل ۷۰٪ و ۳۰٪ از مجموعه داده‌های اصلی بودند. باید توجه کرد که انتخاب داده‌های اعتبارسنجی به صورت تصادفی انجام یافته است.

## تعیین متغیرهای مناسب در مدل پیش‌بینی پیریت باقی مانده

پس از تقسیم داده‌ها و فراهم نمودن داده‌ها، در مرحله بعد باید روابط هر یک از این پارامترها بر روی یکدیگر و همچنین رابطه هر یک از آن‌ها بر روی میزان پیریت باقی مانده به صورت یک متغیر رگرسیونی جداگانه که در مدل استفاده خواهد شد، مشخص گردد. برای این منظور از نرم‌افزارهای برازش دو بعدی و سه بعدی Table Curve ver 5.01 استفاده شد. از طرفی ممکن است تعداد روابط اشاره شده بین پارامترها، بسیار زیاد باشند. برای داشتن یک مدل مناسب، باید تا حد ممکن بهترین رابطه‌ها از بین همه روابط ممکن بین پارامترها به عنوان متغیر

استفاده شده در مدل انتخاب شود. برای انجام این موضوع، از مقایسه ضرایب تبیین ( $R^2$ ) و ضرایب تبیین اصلاح شده ( $R^2$ - Adjusted)، استفاده شده است. در برخی از موارد ممکن است این ضرایبها بسیار نزدیک به یکدیگر باشند، در این صورت از آن‌جا که هدف یک ارایه مطلوب است، تمامی این موارد در نظر گرفته شده است. از آن‌جا که ممکن است در برخی از محاسبات میزان پیریت باقی مانده منفی شود، مجذور آن به عنوان متغیر پاسخ ( $\text{Sqrt}(Py)$ ) استفاده شد. برای جلوگیری از بی معنی شدن برخی از روابط مانند عمق صفر (سطح دمپ) و یا میزان اکسیژن نفوذی (۰ درصد)، از عددهای بسیار کوچک مانند ۰/۰۰۱ استفاده شد. در نهایت متغیرهای استفاده شده در مدل به صورت زیر خواهند بود:

توابع مجذور پیریت باقی مانده بر حسب عمق قرار گیری ذرات باطله در دمپ به صورت رابطه‌های (۶) و (۷) هستند:

$$x_1 = \text{Sqrt}(D) \quad (6)$$

$$x_2 = e^{-D} \quad (7)$$

از طرفی توابع مجذور پیریت باقی مانده بر حسب میزان اکسیژن نفوذی در دمپ به صورت رابطه‌های (۸)، (۹) و (۱۰) هستند:

$$x_3 = e^{-O} \quad (8)$$

$$x_4 = O^2 \quad (9)$$

$$x_5 = O^{0.5} \quad (10)$$

توابع مطلوب برای محاسبه مجذور پیریت باقی مانده بر حسب دمای محیطی در دمپ به صورت رابطه‌های (۱۱)، (۱۲) و (۱۳) هستند:

$$x_6 = T^2 \quad (11)$$

$$x_7 = e^{-T} \quad (12)$$

$$x_8 = \text{Tln}(T) \quad (13)$$

قدم<sup>۱</sup> براساس الگوریتم افروی-مسون<sup>۲</sup> و با استفاده از نرم افزار IBM SPSS ver 20 انجام یافت. در واقع، در روش رگرسیون قدم به قدم تعدیل روش انتخاب پیش رو<sup>۳</sup> است که در آن در هر گام بر اساس روش حذف پس رو<sup>۴</sup> همه متغیرهای رگرسیونی از قبل وارد شده به مدل با آماره F جزئی خودشان، مجدداً مورد ارزیابی قرار می گیرند. یک متغیر رگرسیونی اضافه شده در یک گام قبلی تر ممکن است از نظر ارتباط با متغیرهای رگرسیونی که اکنون در معادله وجود دارند، اضافی (زاید) باشد. در این روش، اگر آماره F جزئی برای یک متغیر کم تر از  $F_{OUT}$  باشد، آن متغیر از مدل کنار گذاشته می شود. رگرسیون قدم به قدم دو مقدار  $F_{IN}$  و  $F_{OUT}$  دارد. به طور معمول  $F_{IN} > F_{OUT}$  انتخاب می گردد، برای این که اضافه شدن یک متغیر رگرسیونی نسبت به حذف آن را ساده تر می کند. در نهایت پس از استفاده از این روش تعداد مختلفی مدل رگرسیون به دست خواهد آمد (۲۶). برای انتخاب بهترین مدل باید برخی از معیارهای آماری مانند ضریب تبیین و ضریب تبیین اصلاح شده آن ها با یکدیگر مقایسه شوند. البته باید توجه داشت که مدل ارائه شده باید فرضیاتی را که در مورد خطاها به آن ها پیش تر اشاره شد، نیز داشته باشد. پس از انتخاب مدل مطلوب، باید مدل به دست آمده برای داده های اعتبارسنجی مورد بررسی قرار گیرد تا میزان اطمینان به آن مشخص شود. نتایج مربوط به آنالیز رگرسیون خطی به دست آمده در جدول ۳ آورده شده است. با مقایسه بین مدل ها، مدل ۸ با  $R^2$  و  $R^2$  اصلاح شده به ترتیب ۰/۹۳۴ و ۰/۹۳۱ به عنوان بهترین مدل به صورت زیر انتخاب می شود (رابطه ۲۵):

$$\text{Sprt}(Py) = C_0 + C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + C_4x_{12} + C_5x_4 + C_6x_5 + C_7x_6 + C_8x_{12} \quad (25)$$

$C_0$  تا  $C_7$  مقادیر ثابت هستند که به ترتیب: ۵/۱۴۸، ۰/۳۴۷، -۰/۲۶۵، -۸/۹۹۳، ۰/۰۱۰، -۰/۰۱۳، -۰/۰۲۵، -۵۹۶۸/۶۱۰ هستند.

توابع تعیین مجذور پیریت باقی مانده بر حسب میزان بارش تجمعی در محدوده دمپ به صورت رابطه های (۱۴)، (۱۵) و (۱۶) که در ادامه آورده شده اند، هستند:

$$x_{14} = \frac{1}{Per^2} \quad (14)$$

$$x_{15} = \frac{\ln(Per)}{Per^2} \quad (15)$$

$$x_{16} = \frac{1}{Per} \quad (16)$$

توابع پیشنهادی برای تعیین مجذور پیریت باقی مانده بر حسب عمق قرار گیری باطله ها و اکسیژن نفوذی بین ذرات باطله در دمپ به صورت رابطه های (۱۷)، (۱۸) و (۱۹) هستند:

$$x_{17} = \frac{Q}{D} \quad (17)$$

$$x_{18} = D \times Q^{0.8} \quad (18)$$

$$x_{19} = Q \times \ln(D) \quad (19)$$

همچنین توابع مجذور پیریت باقی مانده بر حسب دمای محیطی و بارش تجمعی در دمپ نیز رابطه های (۱۷)، (۱۸) و (۱۹) هستند:

$$x_{20} = T \times Per \quad (20)$$

$$x_{21} = \ln(T \times Per) \quad (21)$$

$$x_{22} = T \times \ln(Per) \quad (22)$$

در نهایت رابطه توابع مجذور پیریت باقی مانده بر حسب میزان اکسیژن نفوذی در بین ذرات باطله و نیز میزان بارش تجمعی از زمان ایجاد دمپ در محدوده بررسی به صورت روابط (۲۳) و (۲۴) هستند:

$$x_{23} = Per \times Q \quad (23)$$

$$x_{24} = Q \times \ln(Per) \quad (24)$$

#### ساخت مدل آماری

پس از ایجاد متغیرها، در مرحله بعد برای یافتن بهترین رابطه رگرسیونی چند متغیره بین متغیرهای ذکر شده از روش قدم به

- 1- Stepwise Methods
- 2- Efronymson
- 3- Backward Methods
- 4- Forward Methods



جدول ۳- مقایسه معیارهای آماری مدل‌های به دست آمده با استفاده از رگرسیون خطی چند متغیره

Table3- Comparison of statistical results of the models using multivariate linear regression

میزان انحراف معیار خطا	$R^2$ اصلاح شده	$R^2$	R	ل
۰/۰۹۸۹۶	۰/۷۲۸	۰/۷۳۰	۰/۸۵۴	۱
۰/۰۷۵۵۰	۰/۸۴۲	۰/۸۴۴	۰/۹۱۹	۲
۰/۰۶۷۲۸	۰/۸۷۴	۰/۸۷۷	۰/۹۳۶	۳
۰/۰۵۹۹۴	۰/۹۰۰	۰/۹۰۳	۰/۹۵	۴
۰/۰۵۴۱۴	۰/۹۱۹	۰/۹۲۱	۰/۹۶۰	۵
۰/۰۵۱۵۹	۰/۹۲۶	۰/۹۲۹	۰/۹۶۴	۶
۰/۰۵۰۷۹	۰/۹۲۸	۰/۹۳۱	۰/۹۶۵	۷
۰/۰۴۹۸۳	۰/۹۳۱	۰/۹۳۴	۰/۹۶۶	۸

مدل ۱: عدد ثابت،  $X_2$

مدل ۲: عدد ثابت،  $X_2$ ،  $X_7$

مدل ۳: عدد ثابت،  $X_2$ ،  $X_7$ ،  $X_{18}$

مدل ۴: عدد ثابت،  $X_2$ ،  $X_7$ ،  $X_{18}$ ،  $X_{17}$

مدل ۵: عدد ثابت،  $X_2$ ،  $X_7$ ،  $X_{18}$ ،  $X_{17}$ ،  $X_{12}$

مدل ۶: عدد ثابت،  $X_2$ ،  $X_7$ ،  $X_{18}$ ،  $X_{17}$ ،  $X_{12}$ ،  $X_8$

مدل ۷: عدد ثابت،  $X_2$ ،  $X_7$ ،  $X_{18}$ ،  $X_{17}$ ،  $X_{12}$ ،  $X_8$ ،  $X_4$

مدل ۸: عدد ثابت،  $X_2$ ،  $X_7$ ،  $X_{17}$ ،  $X_{12}$ ،  $X_8$ ،  $X_4$ ،  $X_{13}$

نفوذی، دمای محیطی و بارش تجمعی به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

در نهایت رابطه تجربی (۲۶) برای پیش‌بینی میزان پیریت باقی‌مانده در دمپ باطله به شکل تابعی از عمق، میزان اکسیژن

$$(P_y) = (5.148 + 0.347 e^{-D} - 5968.6 e^{-T} - 0.025 T \ln Per - 0.013 \frac{O}{D} - 0.01 T \ln T - 8.99 O^2 - 0.265 D O^{0.8})^2 \quad (26)$$

محاسبه شد که حاکی از این است که مدل ارایه شده ۸۷٪ قابلیت اطمینان دارد که عدد بسیار مطلوبی است. شکل ۳ ارتباط داده‌های اعتبارسنجی و مدل پیشنهادی را با  $R^2 = ۹۰٪$  نشان می‌دهد.

شکل ۲ هیستوگرام آنالیز خطای مدل ارایه شده را نشان می‌دهد. تابع توزیع خطای مدل از تابعی نرمال است و به نظر می‌رسد که مدل ارایه شده مناسب انتخاب شده است. برای اطمینان از درستی مدل، داده‌های اعتبارسنجی به مدل بالا وارد شدند. میزان RMSE، داده‌های اعتبارسنجی ۱۳٪

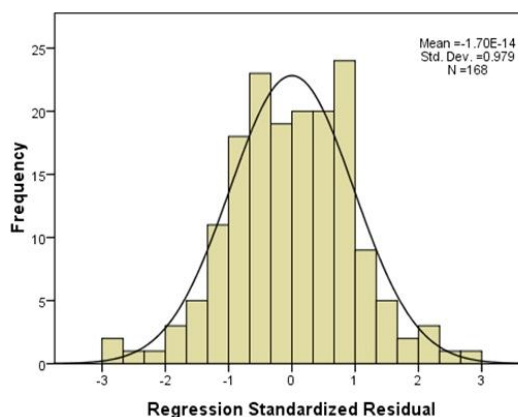
و متغیر هدف، بهترین رابطه ممکن آماری با قابلیت اطمینان ۸۷٪ پیشنهاد شد. میزان  $R^2 = 0.90$  حاکی از مطلوب بودن اعتبارسنجی رابطه پیشنهادی است. باید توجه کرد که روابط و معادلات ریاضی حاکم بین پارامترهای (متغیرهای) مختلف در پیش‌بینی اکسایش پیریت و تولید زهاب اسیدی معمولاً بسیار پیچیده هستند. حل این معادلات (پیش‌بینی میزان پیریت باقی‌مانده) که معمولاً به صورت معادلات دیفرانسیلی پاره‌ای و غیرخطی هستند و فرآیندی بسیار وقت‌گیر و هزینه‌بر است، تنها با استفاده از روش‌های عددی که همراه با کد نویسی پیچیده و نرم‌افزارهای محدودی امکان‌پذیر است. از سوی دیگر، محاسبه آن نیز تنها با انجام کارهای آزمایشگاهی وقت‌گیر و سخت که معمولاً با برهم‌زدن ساختار دمپ همراه است، امکان‌پذیر می‌باشد. از این‌رو به‌نظر می‌رسد که با استفاده از رابطه آماری جامعی که در این مقاله پیشنهاد شد، می‌توان میزان پیریت باقی‌مانده را در منطقه اکسایش واقع در نواحی سطحی دمپ‌هایی با مشخصات یکسان و شرایط محیطی مشابه محاسبه کرد و با توجه به آن اطلاعات بیشتری را در شروع مطالعات مدیریت محیط‌زیستی باطله‌ها بدون صرف وقت و هزینه زیاد فراهم نمود.

#### تشکر و قدردانی

نویسندگان مقاله بر خود لازم می‌دانند از همکاری و مساعدت کارشناسان محترم شرکت زغال‌سنگ البرزشرقی، دانشکده معدن، ژئوفیزیک و نفت دانشگاه شاهرود کمال تشکر و قدردانی را به جا آورند.

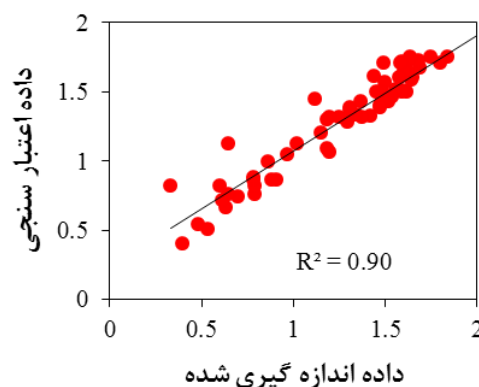
#### منابع

1. Doulati Ardejani, F., Jodieri Shokri, B., Moradzadeh, A., Soleimani, E., Ansari Jafari, M., 2008. A combined mathematical geophysical model for prediction of pyrite oxidation and pollutant leaching associated with a coal washing Waste dump. International Journal of Environmental



شکل ۲- هیستوگرام داده‌های خطای مدل ارایه شده

Fig. 2- The histogram related to the residual of the suggested model



شکل ۳- ارتباط داده‌های اعتبارسنجی مدل و داده‌های اندازه‌گیری شده

Fig. 3- The linear regression plots of targets related to outputs for the validation data and the measured data

#### بحث و نتیجه‌گیری

برای پیش‌بینی میزان پیریت باقی‌مانده (متغیر هدف) به صورت رابطه‌ای برحسب میزان اکسیژن نفوذی در باطله‌ها، عمق قرارگیری ذرات باطله، میزان تجمعی بارش‌ها در محل دمپ باطله (از زمان ایجاد دمپ باطله) و نیز دمای متوسط محیطی از روش رگرسیون چند متغیره استفاده شد. برای این منظور کلیه روابط بین میزان پیریت باقی‌مانده و پارامترهای ذکر شده بررسی شد. پس از انتخاب بهترین روابط بین متغیرهای وابسته

- producing acid mine drainage 2: application of numerical simulation. *Journal of Contaminant Hydrology*, Vol. 52, pp. 165-186.
9. Fala, O., Aubertin, M., Molson, J. W., Bussière, B., Wilson, G. W., Chapuis, R., Martin, V., 2003. Numerical modeling of unsaturated flow in uniform and heterogeneous waste rock pile, In: Farrell, T., Taylor, G. (Eds.), *Sixth International Conference on Acid Rock Drainage (ICARD)*, Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Cairns, Australia, Publication Series 3, pp. 895– 902.
  10. Molson, J. W., Fala, O., Aubertin, M., Bussière, B., 2005. Numerical simulations of sulphide oxidation, geochemical speciation and acid mine drainage in unsaturated waste rock piles. *Journal of Contaminant Hydrology*, Vol. 78(4), pp. 343-371.
  11. Molson, J. W., Fala, O., Aubertin, M., Bussière, B., 2008. Geochemical transport modeling of acid mine drainage within heterogeneous waste rock piles. *Geo Edmonton*, pp. 1586-1593.
  12. Doulati Ardejani, F., Singh, R. N., Baafi, E. Y., 2004. Use of PHEONICS for solving one dimensional mine pollution problems. *The PHOENICS Journal of Computational Fluid Dynamics & Its Applications*, Vol. 16, pp. 23-28.
  13. Sadeghiamirshahidi, M. H, Eslam Kish, T., Doulati Ardejani, F., 2012. Application of artificial neural networks to predict pyrite oxidation in a coal washing refuse pile. *Fuel*, Vol. 104, pp. 163-169.
  14. Shahhoseiny, M., Doulati Ardejani, F., Shafaei, S. Z., Noaparast, M., Hamidi, Science and Technology, Vol. 5 (4), pp. 517-526.
  2. Doulati Ardejani, F., Jodeiri Shokri, B., Bagheri, M., Soleimani, E., 2010. Investigation of pyrite oxidation and acid mine drainage characterization associated with Razi active coal mine and coal washing waste dumps in the Azad shahr–Ramian region, northeast Iran. *Environmental Earth Sciences*, Vol. 61. pp. 1547–1560.
  3. Vandersluis, G.D., Straskraba, V., and Effner, S.A., 1995. Hydrogeological and geochemical aspects of lakes forming in abandoned open pit mine, *Proceedings on Water Resources at Risk*, W.R. Hotckkiss, J.S. Downey, E.D. Gutentag and J.E. Moore (Eds.), American Institute of Hydrology, pp. 162-177.
  4. Ezeigbo, H.I., Ezeanyim, B.N, 1993. Environmental pollution from coal mining activities in the Enugu areas, Anambka State, Nigeria, *Mine Water and the Environment*, Vol. 12, pp. 53-62.
  5. Williams, R.E., Baldwin, J. Ralston, D.R., 1979. Coping with mine drainage regulations, *Proceedings of the First International Mine Drainage Symposium*, Denver, Colorado, pp. 184 -218.
  6. Singer, P.C. Stumm, W., 1970. Acidic mine drainage: The rate determining step, *Science*, 167, 1121-1123
  7. Evangelou, V.P., Zhang, Y.L., 2010. A review: Pyrite oxidation mechanisms and acid mine drainage prevention, *Critical Reviews in Environmental Science and Technology*, pp. 1-60
  8. Lefebvre, R., Hockley, D., Smolensky, J., Lamontagne, A., 2001. Multiphase transfer processes in waste rock piles



- temperature during coal spontaneous combustion. *Safety Science*, Vol. 50, pp. 842-845.
21. Jodeiri Shokri, B., Ramazi, H.R., Doulati Ardejani, F., Moradzadeh, A., 2014. A statistical model to relate pyrite oxidation and oxygen transport within a coal waste pile: case study, Alborz Sharghi, northeast of Iran. *Environmental Earth Sciences*, Vol. 71, pp. 4693-4702.
  22. Doulati Ardejani, F., Jodieri Shokri, B., Moradzadeh, A., Shafaei S.Z., Kakaei, R., 2011. Geochemical characterisation of pyrite oxidation and environmental problems related to release and transport of metals from a coal washing low grade waste dump, Shahrood, Northeast Iran. *Environmental Monitoring and Assessments*, Vol. 181, pp. 41-55.
۲۳. جدیری شگری- ب، «تلفیق مدل سازی ریاضی و مطالعات ژئوفیزیکی زیست محیطی مواد حاصل از شستشوی کارخانه زغال شویی البرز شرقی»، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شاهرود، دانشکده معدن و ژئوفیزیک، ۱۳۸۵؛ صفحات ۱ تا ۴۰.
۲۴. زارع- م، « مطالعات زیست محیطی روی انتشار آلودگی از مواد حاصل از شستشوی کارخانه زغال شویی البرز شرقی با استفاده از مدل سازی دو بعدی ریاضی و مطالعات ژئوفیزیکی»، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شاهرود، دانشکده معدن و ژئوفیزیک، ۱۳۸۷؛ صفحات ۱ تا ۲۰.
۲۵. صادقی امیرشهبیدی-م، « استفاده از شبکه عصبی و آنالیز تصاویر در پیش بینی نرخ اکسایش پیریت و تولید آلاینده ها در دمپ باطله کارخانه زغال شویی البرز شرقی»، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، ۱۳۹۰؛ صفحات ۱ تا ۳۰.
- D., 2013. Geochemical and mineralogical characterization of a pyritic waste pile at the Anjir Tangeh coal washing plant, Zirab, Northern Iran. *Mine Water and the Environment*, Vol. 32(2), pp. 84-96.
  15. Jodeiri Shokri, B., Ramazi, H., Doulati Ardejani, F., Sadeghiamirshahidi, M. H., 2014. Prediction of pyrite oxidation in a coal washing waste pile applying artificial neural networks (ANNs) and adaptive neuro-fuzzy inference systems (ANFIS). *Mine Water and the Environment*, Vol. 33, pp. 146-156.
  16. Boogerd, F. C., Beemd, V. D., Stoelwinder, T., Bos, P., Kuenen, J. G., 1991. Relative contributions of biological and chemical reactions to the overall rate of pyrite oxidation at temperatures between 30 °C and 70 °C. *Biotechnology and Bioengineering*, Vol. 38, pp. 109-115.
  17. Holmes, P.R., Grundwell, F.K., 2000. The kinetics of the oxidation of pyrite by ferric ions and dissolved oxygen: An electrochemical study, *Geochimical et Cosmochimical Acta*, Vol. 64(2), pp. 263-274.
  18. Elberling, B., 2005. Temperature and oxygen control on pyrite oxidation in frozen mine tailings, cold regions. *Science and Technology*, Vol. 41, pp. 121-133.
  19. Yueping, Q., Wei, L., Yang, C., Zhengzhong, F., Liangliang, W., Guowei, J., 2011. Experimental study on oxygen consumption rate of residual coal in goaf. *Safety Science*, Vol. 50, pp. 787- 791.
  20. Jianfeng, Z., Ning, H., Dengji, L., 2012. The relationship between oxygen consumption rate and

۲۶. شاهکار، غلامحسین و بزرگ‌نیا، ابوالقاسم؛ "تحلیل رگرسیون کاربردی"، چاپ اول، مرکز نشر دانشگاهی،

۱۳۷۸، فصل هشتم.